Der Lattenzaun-Effekt und seine Bedeutung für die Harmonischen von U, I und P

Dieser Effekt ist auch unter folgenden Begriffen in der Literatur beschrieben: Lattenzaun-Effekt, Leck-Effekt, leakage effect, picket fence effect. Dieser Applikationsbericht soll einen Einblick in die Problematik geben, die dahinter bestehenden technischen Zusammenhänge erläutern und auf praktische Probleme hinweisen.

Eine DFT/FFT kann als eine Reihe von Filterbänken angesehen werden. Für jede Harmonische (nicht bezogen auf das reale Signal, sondern bezogen auf das aufgenommene Fenster!) gibt es einen Bandpassfilter, dass einer si() Funktion $\frac{\sin x}{x}$ entspricht. Die Breite des Hauptlappens ist $2\frac{2x\pi}{N}$ die der Nebenlappen $\frac{2\pi}{N}$

N ist dabei die Anzahl der Abtastwerte. Durch diese Gegebenheit wird eine ideal abgetastete Harmonische so liegen, dass ihre Amplitude mit dem Maximum der zu dieser Frequenz gehörenden si() Funktion übereinstimmt (Faktor 1,0). Die Nulldurchgänge der si() Funktion liegen so, dass genau dort die Spitzen der anderen Harmonischen des Signals liegen (Faktor 0,0). Diese werden daher nicht berücksichtigt. Umgekehrt gilt, dass alle anderen si() Funktionen an der Stelle der betrachteten Harmonischen ihre Nulldurchgänge haben und diese Harmonische sich somit nicht auf die anderen auswirkt. Wird eine Frequenzkomponente nicht ideal abgetastet (zu viele oder zu wenige Abtastwerte bzw. Abtastrate nicht ganz synchron zum Signal), so passieren zwei Dinge: Die Frequenzkomponente fällt nicht auf das Maximum der ihr zugedachten si() Funktion, sie wird daher zu klein angezeigt. Weiterhin liegt diese Frequenzkomponente nicht mehr auf den Nulldurchgängen der benachbarten si() Funktionen. Daher wird sie bei Nachbarharmonischen mit angezeigt. Das ist genau der Lattenzaun-Effekt, da das entstehende Spektrum einem Lattenzaun ähnelt. Der Effekt ist auch numerisch leicht fassbar:

Beispiel 1

Ein Signal liegt mit seiner Frequenz genau zwischen zwei analysierten Harmonischen (z.B. Analyse bei 1Hz, aber 1000,5Hz Signal). In diesem Fall ist das Signal von beiden Harmonischen um $\pi / 2$ verschoben ($\pi / 2$ deshalb, da die si() Funktion ihre Nulldurchgänge im Abstand von π hat, was somit auch dem Abstand der Harmonischen entspricht und das ½, da das Signal um einen halben Analyseabstand verschoben ist). Das Signal landet also nur mit $si(\pi / 2) = 63{,}33\%$ der Signalamplitude bei den beiden benachbarten Harmonischen. Die jeweils nächsten Nachbarn (jeweils nochmals um π verschoben) bekommen also dieses Signal bei $3\pi / 2$ auf ihre si() Funktion gelegt und somit mit $si(3\pi / 2) = 21{,}22\%$der Signalamplitude angezeigt, usw.

Der ursprüngliche Gesamteffektivwert von Strom und Spannung ergibt sich aus der geometrischen Summe aller entstandenen Signalanteile. Neben der Streuung der Signalamplitude tritt auch noch ein Effekt bei der Phase der jeweiligen Nebenlappen auf:

ZES ZIMMER Electronic Systems GmbH Tel. +49 (0) 6171/88832-0 Fax. +49 (0) 6171 88832-28 info@zes.com www.zes.com

Ist ein Signal um x% des Abstandes zwischen zwei Harmonischen in Richtung höherer Frequenz verschoben, so haben die unteren Nebenlappen eine Phasenverschiebung von +x% von 180°, die oberen Nebenlappen von (x-100)% von 180°. Diese Phasenverschiebung tritt zusätzlich zu der bereits im Signal vorhandenen Phasenverschiebung auf!

Beispiel 2

Legt man das Signal in die Mitte (50%) zwischen zwei Harmonische, so sind die unteren Seitenlappen um +90° verschoben, die oberen um –90°. Legt man das Signal auf 40% zwischen zwei Harmonische, so sind die unteren Nebenlappen um 40% von 180°=72°, die oberen um –60% von 180°=-108° verschoben.
Da diese Verschiebung bei Strom und Spannung theoretisch identisch ist, gibt es keine *zusätzliche* Phasenverschiebung. Man kann für jeden Nebenlappen eine Wirkleistung berechnen und die Summe all dieser Wirkleistungen ergibt die Wirkleistung des ursprünglichen Signals.

Praktische Probleme

Die Berechnung der Winkel der Harmonischen ist teilweise systembedingt mit relativ großen Fehlern behaftet: $\varphi = a\tan\frac{im}{re}$

Sind im und re sehr kleine Werte, was bei weiter entfernten Nebenlappen die Regel ist, so gleicht das Ergebnis des Quotienten einer Zufallszahl.

Aber auch wenn nur der Realanteil sehr klein ist, kann der Quotient durch Quantisierung und Rauschen sehr stark schwanken.

Resumee

Diese Effekte hängen natürlich sehr stark vom Signal ab, welches bei U und I in der Regel unterschiedlich ist. Dadurch kann es passieren, dass ein Zusatz-Winkelfehler entsteht, da die U und I Komponenten unterschiedlich weit gedreht werden. Im Resultat wird für einige Komponenten eine falsche Wirkleistung ermittelt, die natürlich auch die Gesamtwirkleistung verfälscht. Diese Effekte zu quantifizieren ist eher schwierig.

Autor

Dipl.-Ing. Thomas Jäckle

Entwicklung und Applikation

ZES ZIMMER Electronic Systems GmbH

ZES ZIMMER Electronic Systems GmbH Tel. +49 (0) 6171/88832-0 Fax. +49 (0) 6171 88832-28 info@zes.com www.zes.com